UFR Sciences et techniques
16, route de Gray
25030 Besançon cedex
France
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ
http://sciences.univ-fcomte.fr

Les mathématiques et la recherche

Vendredi 24 février 2012

Lycée Georges Colomb, Lure

Émilie Liboz, doctorante au laboratoire de mathématiques de Besançon

UMR 6623 CNRS-UFC
Laboratoire de Mathématiques de Besançon

À quoi servent les maths ?

- Fournir aux autres sciences un langage efficace et des outils

À quoi servent les maths ?

- Fournir aux autres sciences un langage efficace et des outils

- Développer les technologies qui transforment le quotidien

À quoi servent les maths ?

- Fournir aux autres sciences un langage efficace et des outils

- Développer les technologies qui transforment le quotidien

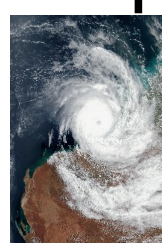
- Défier les grandes problématiques d'aujourd'hui et de demain

À quoi servent les maths ?

- Fournir aux autres sciences un langage efficace et des outils

- Développer les technologies qui transforment le quotidien

- Défier les grandes problématiques d'aujourd'hui et de demain



- Développer la rigueur, le raisonnement, l'intuition

Les études en maths

Université :

1er semestre starter (math, physique, chimie, info)

2ème semestre et 2ème année : spécialisation

Classes Prépas

Sup

Spé

Les études en maths

1er semestre starter (math, physique, chimie, info)

2ème semestre et 2ème année : spécialisation

CPGE 1

CPGE 2

3ème année de licence : 3 parcours

Pluridisciplinaire | Fondamental | Applications

Écoles d'ingénieurs

Normale Sup

(3ans)

Les études en maths

1er semestre starter (math, physique, chimie, info)

2ème semestre et 2ème année : spécialisation

CPGE 1

CPGE 2

3ème année de licence : 3 parcours

Pluridisciplinaire | Fondamental | Applications

Enseignement

Assistant ingénieur

Écoles d'ingénieurs

Normale Sup

(3ans)

Les études en maths

1er semestre starter (math, physique, chimie, info)

2ème semestre et 2ème année : spécialisation

CPGE 1

CPGE 2

3ème année de licence : 3 parcours

Pluridisciplinaire Fondamental Applications

Écoles d'ingénieurs

Normale Sup

(3ans)

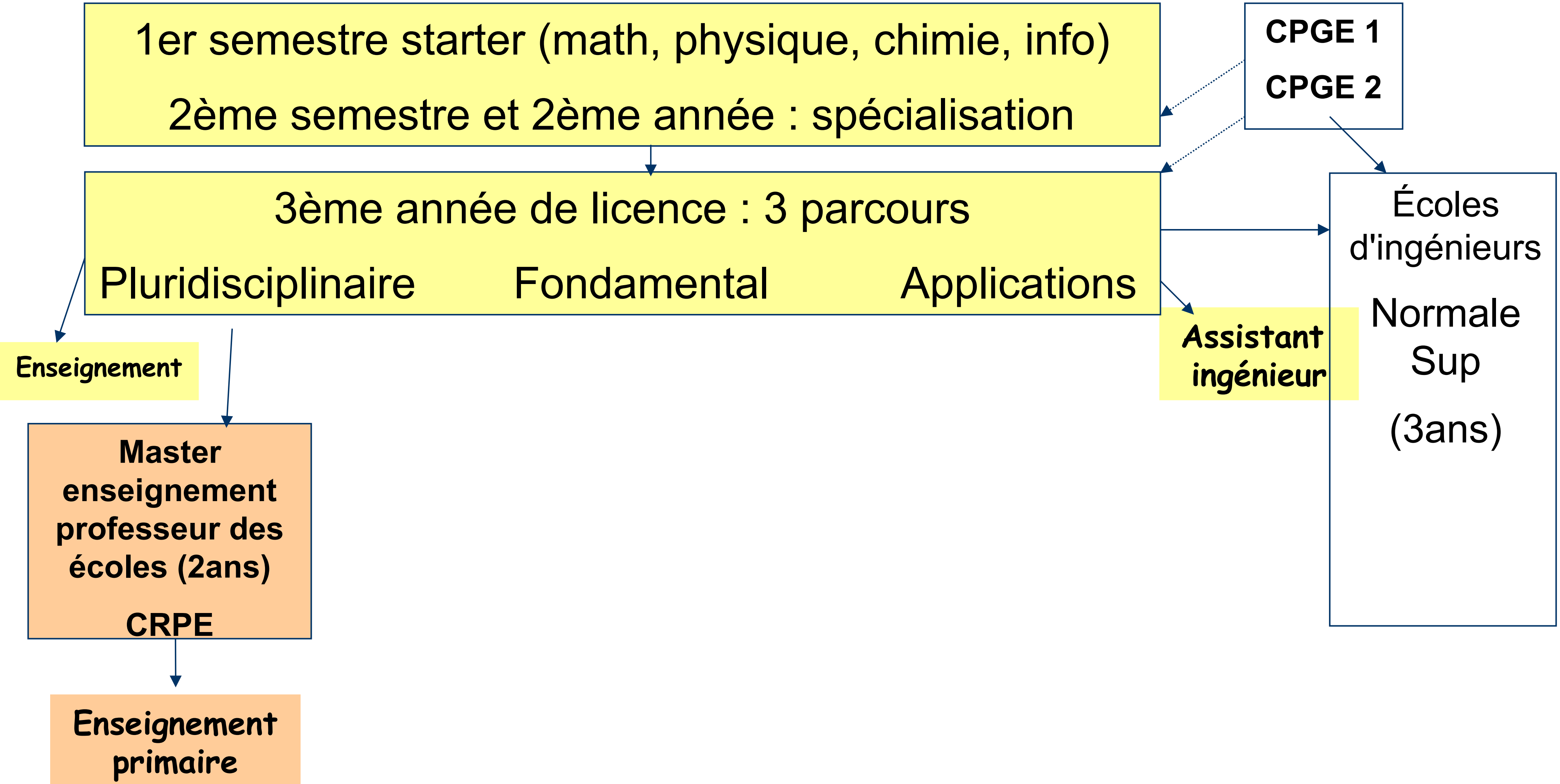
Assistant ingénieur

Enseignement

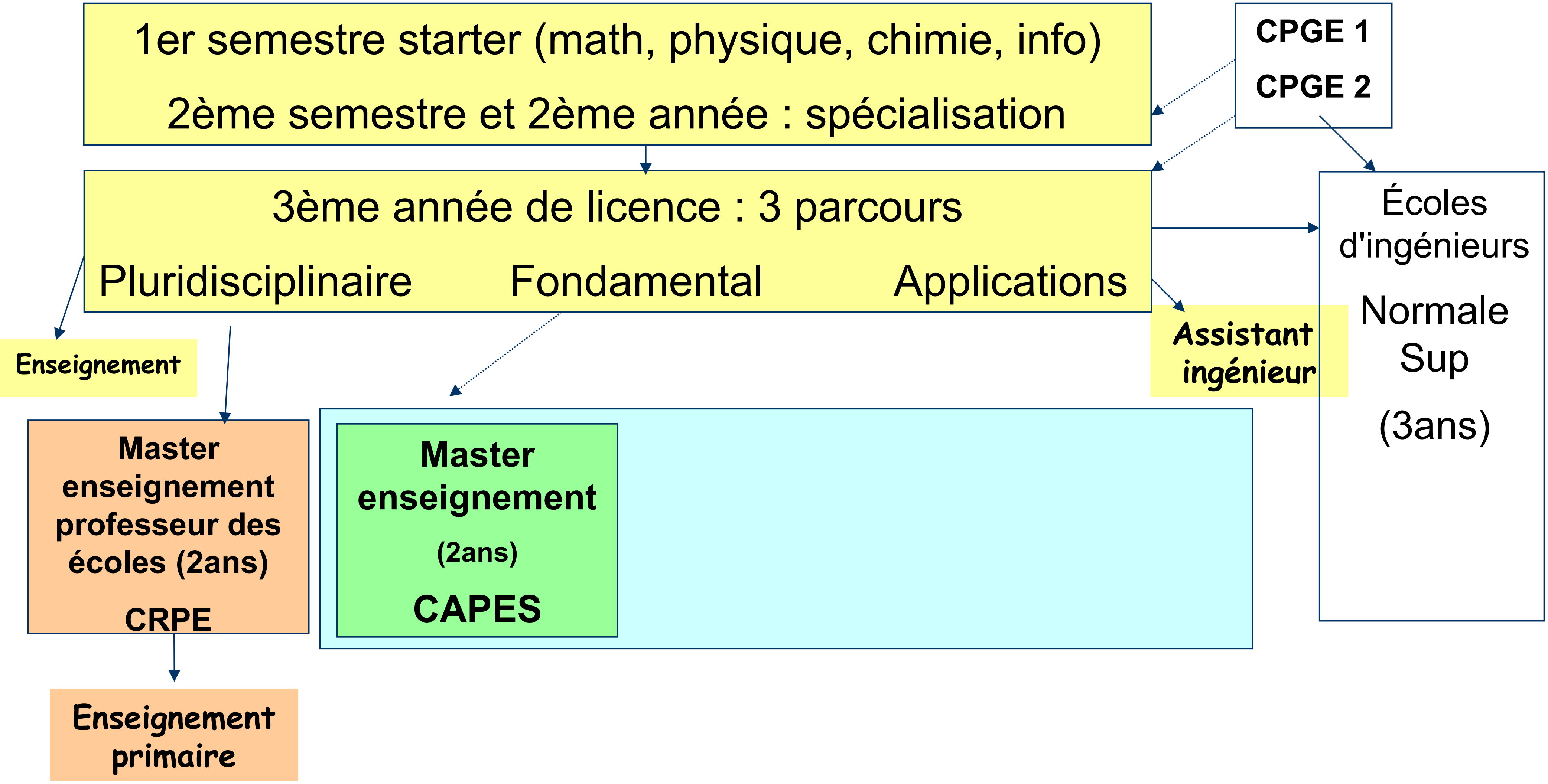
Master enseignement professeur des écoles (2ans)

CRPE

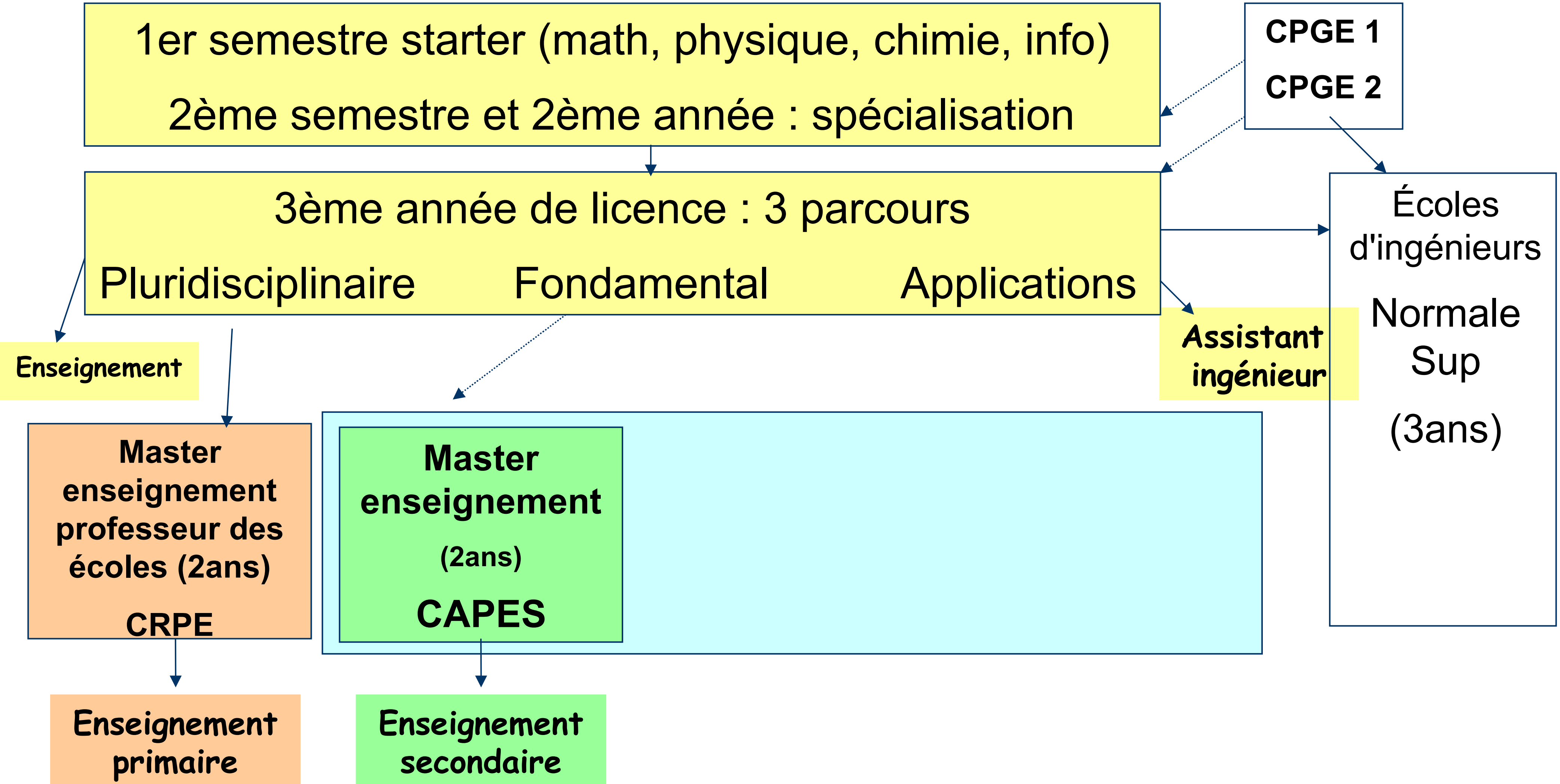
Les études en maths



Les études en maths



Les études en maths



Les études en maths

1er semestre starter (math, physique, chimie, info)

2ème semestre et 2ème année : spécialisation

CPGE 1

CPGE 2

3ème année de licence : 3 parcours

Pluridisciplinaire | Fondamental | Applications

Enseignement

Assistant ingénieur

Écoles d'ingénieurs

Normale Sup

(3ans)

Master enseignement professeur des écoles (2ans)

CRPE

Master enseignement

(2ans)

CAPES

Master approfondi

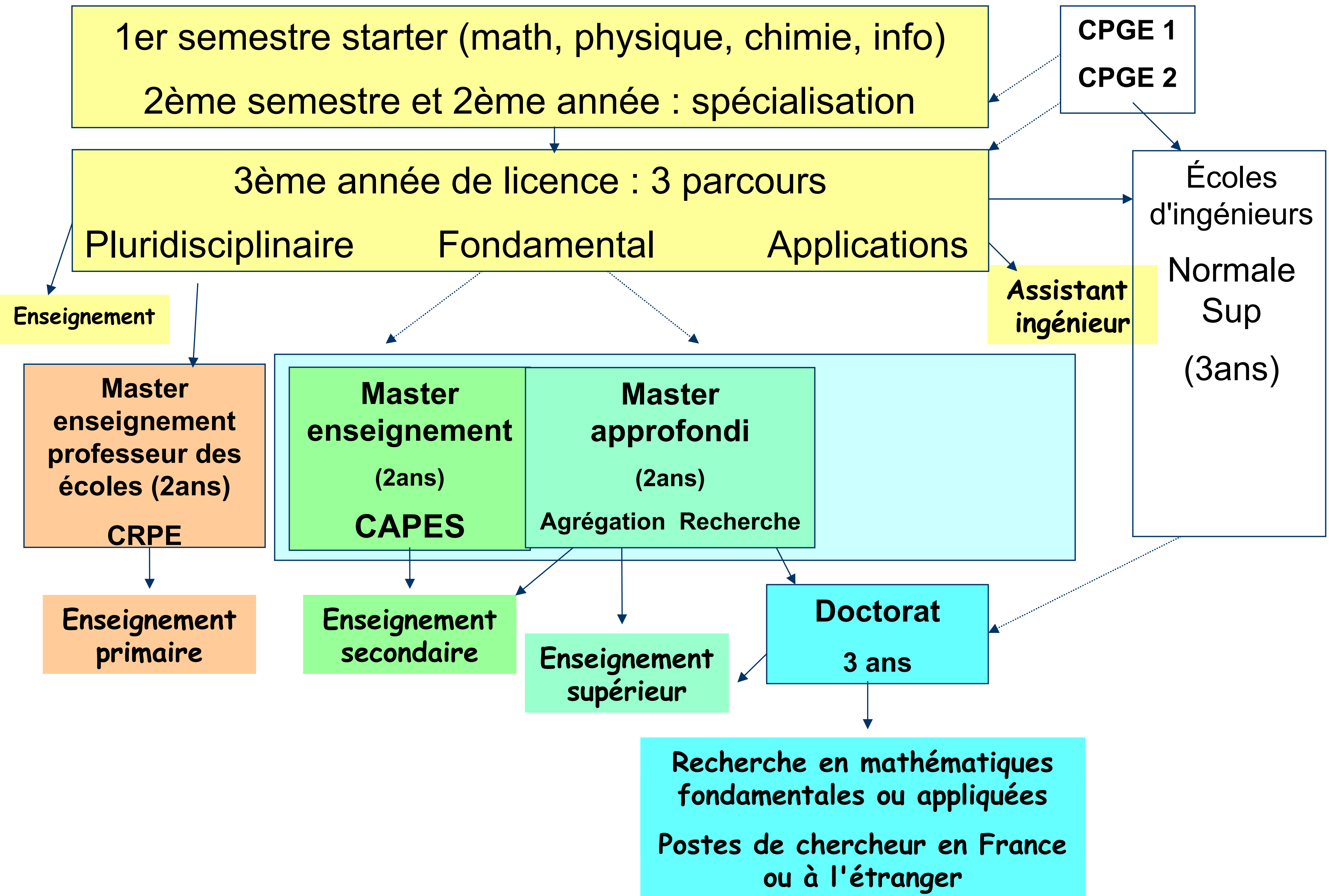
(2ans)

Agrégation Recherche

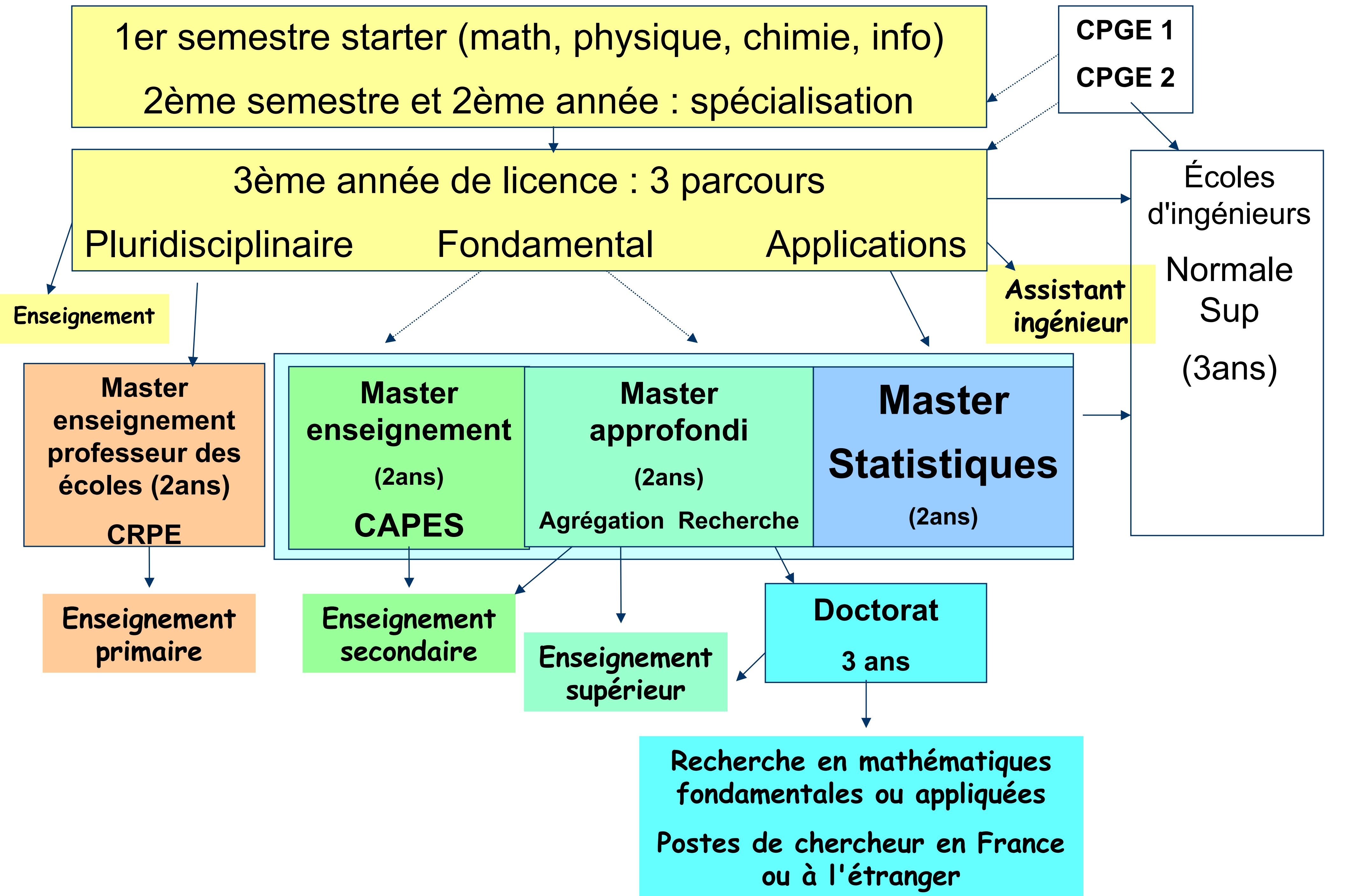
Enseignement primaire

Enseignement secondaire

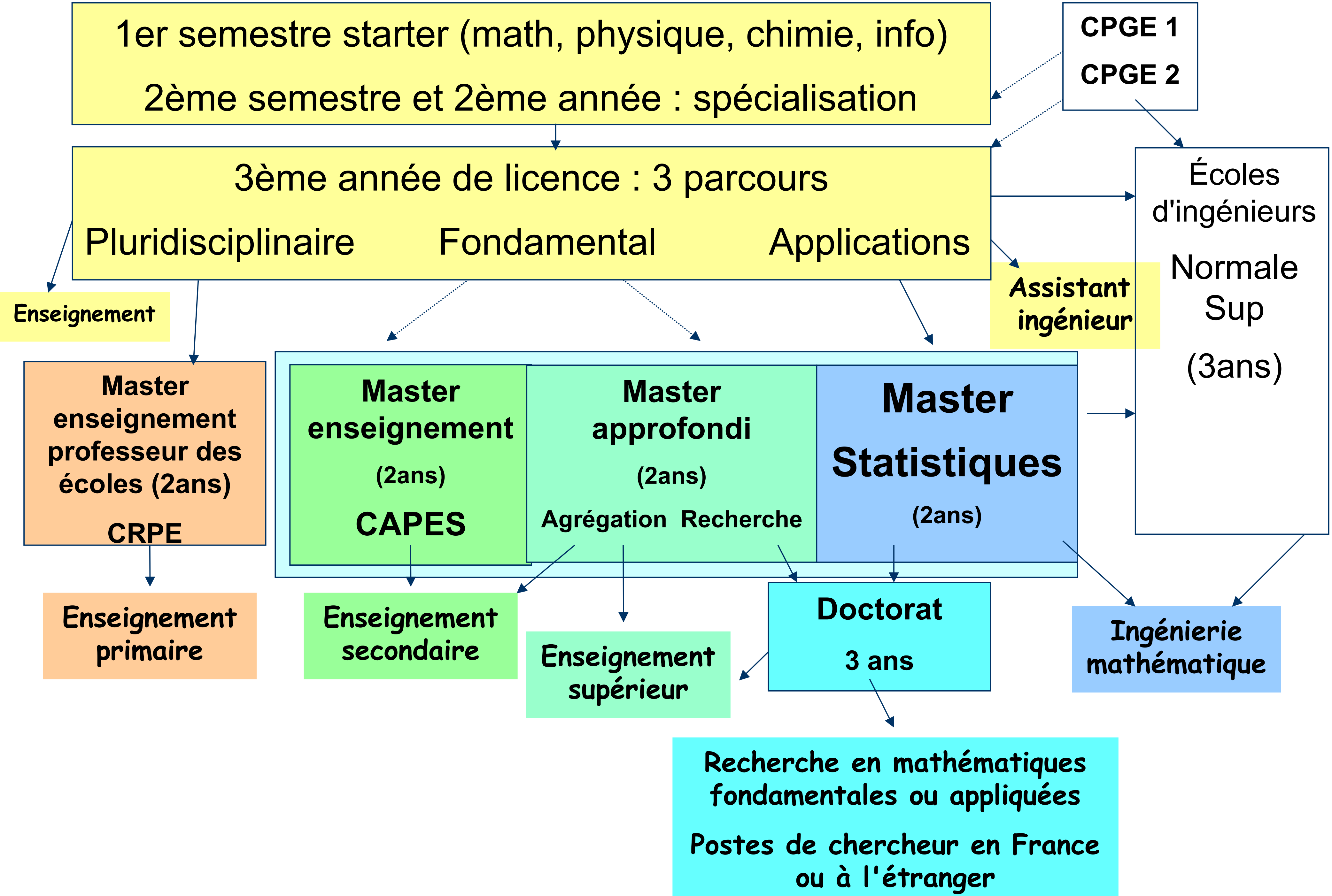
Les études en maths



Les études en maths



Les études en maths



Quels métiers dans les maths ?

- Fonction publique : enseignement, recherche

Quels métiers dans les maths ?

- Fonction publique : enseignement, recherche
- Banque, finance, assurance : maîtriser l'aléatoire pour minimiser les pertes financières

Quels métiers dans les maths ?

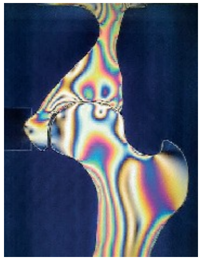
- Fonction publique : enseignement, recherche
- Banque, finance, assurance : maîtriser l'aléatoire pour minimiser les pertes financières
- Météorologie : modéliser les phénomènes atmosphériques

Quels métiers dans les maths ?

- Fonction publique : enseignement, recherche
- Banque, finance, assurance : maîtriser l'aléatoire pour minimiser les pertes financières
- Météorologie : modéliser les phénomènes atmosphériques
- Astronomie : trajectoire de sondes, positions des astres

Quels métiers dans les maths ?

- Fonction publique : enseignement, recherche
- Banque, finance, assurance : maîtriser l'aléatoire pour minimiser les pertes financières
- Météorologie : modéliser les phénomènes atmosphériques
- Astronomie : trajectoire de sondes, positions des astres
- Médecine : traitement de l'information, imagerie



Quels métiers dans les maths ?

- Fonction publique : enseignement, recherche
- Banque, finance, assurance : maîtriser l'aléatoire pour minimiser les pertes financières
- Météorologie : modéliser les phénomènes atmosphériques
- Astronomie : trajectoire de sondes, positions des astres
- Médecine : traitement de l'information, imagerie
- Protection des données : cartes bleues, internet

Quels métiers dans les maths ?

- Fonction publique : enseignement, recherche
- Banque, finance, assurance : maîtriser l'aléatoire pour minimiser les pertes financières
- Météorologie : modéliser les phénomènes atmosphériques
- Astronomie : trajectoire de sondes, positions des astres
- Médecine : traitement de l'information, imagerie
- Protection des données : cartes bleues, internet
- Même le sport ! (optimisation des performances)

À bas les idées reçues !

- Les maths, ça sert à quelque chose :

À bas les idées reçues !

- Les maths, ça sert à quelque chose :

  lien avec les autres sciences

À bas les idées reçues !

- Les maths, ça sert à quelque chose :

  lien avec les autres sciences

  les maths sont cachées partout

À bas les idées reçues !

- Les maths, ça sert à quelque chose :

  lien avec les autres sciences

  les maths sont cachées partout

- Ce n'est une science morte :

À bas les idées reçues !

- Les maths, ça sert à quelque chose :

  lien avec les autres sciences

  les maths sont cachées partout

- Ce n'est une science morte :

  plus de la moitié des théorèmes datent d'après 1945

À bas les idées reçues !

- Les maths, ça sert à quelque chose :

  lien avec les autres sciences

  les maths sont cachées partout

- Ce n'est une science morte :

  plus de la moitié des théorèmes datent d'après 1945

  + de 60 thématiques

À bas les idées reçues !

- Les maths, ça sert à quelque chose :

  lien avec les autres sciences

  les maths sont cachées partout

- Ce n'est une science morte :

  plus de la moitié des théorèmes datent d'après 1945

  + de 60 thématiques

  encore de nombreuses questions...

À bas les idées reçues !

- Les 23 problèmes posés par Hilbert en 1900

À bas les idées reçues !

- Les 23 problèmes posés par Hilbert en 1900

  il reste 10 problèmes non résolus...

À bas les idées reçues !

- Les 23 problèmes posés par Hilbert en 1900

  il reste 10 problèmes non résolus...

- Les 7 problèmes du millénaire à 1 000 000 $ en l'an 2000 dont :

À bas les idées reçues !

- Les 23 problèmes posés par Hilbert en 1900

  il reste 10 problèmes non résolus...

- Les 7 problèmes du millénaire à 1 000 000 $ en l'an 2000 dont :

CLAY MATHEMATICS INSTITUTE

la conjecture de Poincaré (1904)

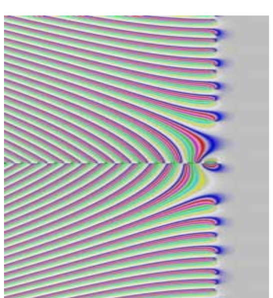
À bas les idées reçues !

- Les 23 problèmes posés par Hilbert en 1900

  il reste 10 problèmes non résolus...

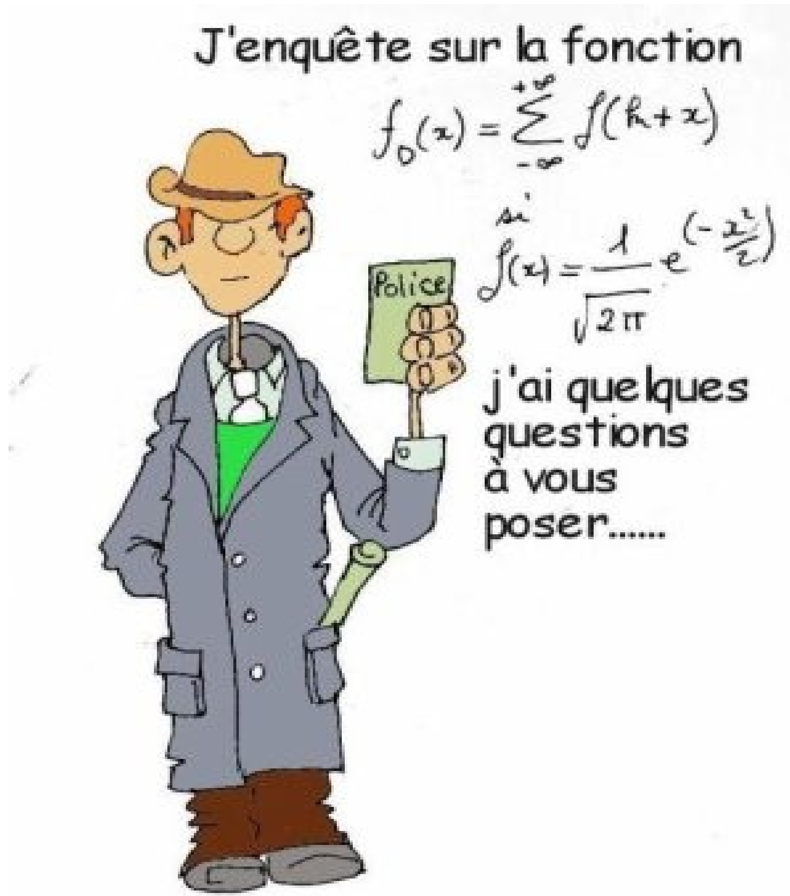
- Les 7 problèmes du millénaire à 1 000 000 \$ en l'an 2000 dont :

  la conjecture de Poincaré (1904)



  l'hypothèse de Riemann sur les nombres premiers (1859)

Le métier de chercheur



UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ

cnrs
dépasser les frontières
www.cnrs.fr

Le métier de chercheur

On ne fait pas de la recherche qu'à l'université :

Le métier de chercheur

On ne fait pas de la recherche qu'à l'université :

- Organismes publiques : CNRS, INRIA, INSERM, INSEE

Le métier de chercheur

On ne fait pas de la recherche qu'à l'université :

- Organismes publiques : CNRS, INRIA, INSERM, INSEE
- Entreprises privées : recherche appliquée (EDF, AT&T...)

  recherche théorique (Microsoft)

Le métier de chercheur

On ne fait pas de la recherche qu'à l'université :

- Organismes publiques : CNRS, INRIA, INSERM, INSEE
- Entreprises privées : recherche appliquée (EDF, AT&T...)
  recherche théorique (Microsoft)

Environ 3500 chercheurs en mathématiques en France.

Le Laboratoire de Mathématiques de Besançon

5 équipes de recherche

45 enseignants-chercheurs
3 chercheurs CNRS
7 personnels techniques
25 doctorants
10 invités

C'est un petit laboratoire

La recherche mathématique à Besançon

5 équipes de recherche :

- algèbre, théorie des nombres
- analyse fonctionnelle
- calcul scientifique, analyse numérique
- équations aux dérivées partielles
- probabilités, statistiques

www.cnrs.fr

Les maths à Besançon : quelles applications ?

- algèbre, théorie des nombres $\longrightarrow$ cryptographie

Les maths à Besançon : quelles applications ?

- algèbre, théorie des nombres $\longrightarrow$ cryptographie
- analyse fonctionnelle $\longrightarrow$ mécanique quantique

Les maths à Besançon : quelles applications ?

- algèbre, théorie des nombres → cryptographie
- analyse fonctionnelle → mécanique quantique
- calcul scientifique analyse numérique → modélisation et résolution de problèmes physiques, industriels...

Les maths à Besançon : quelles applications ?

- algèbre, théorie des nombres → cryptographie
- analyse fonctionnelle → mécanique quantique
- calcul scientifique analyse numérique → modélisation et résolution de problèmes physiques, industriels...
- équations aux dérivées partielles → bio-mathématiques médecine

Les maths à Besançon : quelles applications ?

- algèbre, théorie des nombres → cryptographie
- analyse fonctionnelle → mécanique quantique
- calcul scientifique analyse numérique → modélisation et résolution de problèmes physiques, industriels...
- équations aux dérivées partielles → bio-mathématiques médecine
- probabilités, statistiques → mathématiques financières, médecine

En quoi consiste la recherche ?

Construction abstraite d'objets

En quoi consiste la recherche ?

Construction abstraite d'objets

Se poser des questions :

En quoi consiste la recherche ?

Construction abstraite d'objets

Se poser des questions : propriétés ?

En quoi consiste la recherche ?

Construction abstraite d'objets

Se poser des questions : propriétés ?

symétries ?

En quoi consiste la recherche ?

Construction abstraite d'objets

Se poser des questions : propriétés ?

symétries ?

généralisation ?

En quoi consiste la recherche ?

Construction abstraite d'objets

Se poser des questions : propriétés ?

symétries ?

généralisation ?

Essayer de les résoudre

En quoi consiste la recherche ?

Construction abstraite d'objets

Se poser des questions : propriétés ?

symétries ?

généralisation ?

Essayer de les résoudre

Trouver des liens avec d'autres objets

En quoi consiste la recherche ?

Construction abstraite d'objets

Se poser des questions : propriétés ?

symétries ?

généralisation ?

Essayer de les résoudre

Trouver des liens avec d'autres objets

Communiquer ses résultats (écrire des articles, parler à des conférences)

En quoi consiste la recherche ?

Construction abstraite d'objets

Se poser des questions : propriétés ?

symétries ?

généralisation ?

Essayer de les résoudre

Trouver des liens avec d'autres objets

Communiquer ses résultats (écrire des articles, parler à des conférences)

Avoir de nouvelles idées en discutant avec d'autres chercheurs (conférences, visite dans d'autres universités...)

Comment résoudre un problème ?

Se renseigner sur ce qui a déjà été fait (lire des articles)

Comment résoudre un problème ?

Se renseigner sur ce qui a déjà été fait (lire des articles)

Essayer de simplifier le problème

Comment résoudre un problème ?

Se renseigner sur ce qui a déjà été fait (lire des articles)

Essayer de simplifier le problème

Regarder des cas simples (expériences)

Comment résoudre un problème ?

Se renseigner sur ce qui a déjà été fait (lire des articles)

Essayer de simplifier le problème

Regarder des cas simples (expériences)

Faire des tests avec un ordinateur (pour avoir une idée du résultat)

Comment résoudre un problème ?

Se renseigner sur ce qui a déjà été fait (lire des articles)

Essayer de simplifier le problème

Regarder des cas simples (expériences)

Faire des tests avec un ordinateur (pour avoir une idée du résultat)

Programmation si beaucoup de cas

Comment résoudre un problème ?

Se renseigner sur ce qui a déjà été fait (lire des articles)

Essayer de simplifier le problème

Regarder des cas simples (expériences)

Faire des tests avec un ordinateur (pour avoir une idée du résultat)

Programmation si beaucoup de cas

Discuter avec d'autres personnes

Comment résoudre un problème ?

Se renseigner sur ce qui a déjà été fait (lire des articles)

Essayer de simplifier le problème

Regarder des cas simples (expériences)

Faire des tests avec un ordinateur (pour avoir une idée du résultat)

Programmation si beaucoup de cas

Discuter avec d'autres personnes

Être persévérant, essayer plusieurs approches

Comment résoudre un problème ?

Se renseigner sur ce qui a déjà été fait (lire des articles)

Essayer de simplifier le problème

Regarder des cas simples (expériences)

Faire des tests avec un ordinateur (pour avoir une idée du résultat)

Programmation si beaucoup de cas

Discuter avec d'autres personnes

Être persévérant, essayer plusieurs approches

Généraliser

Modélisation d'un problème :

Observation d'un phénomène :

Les lapins

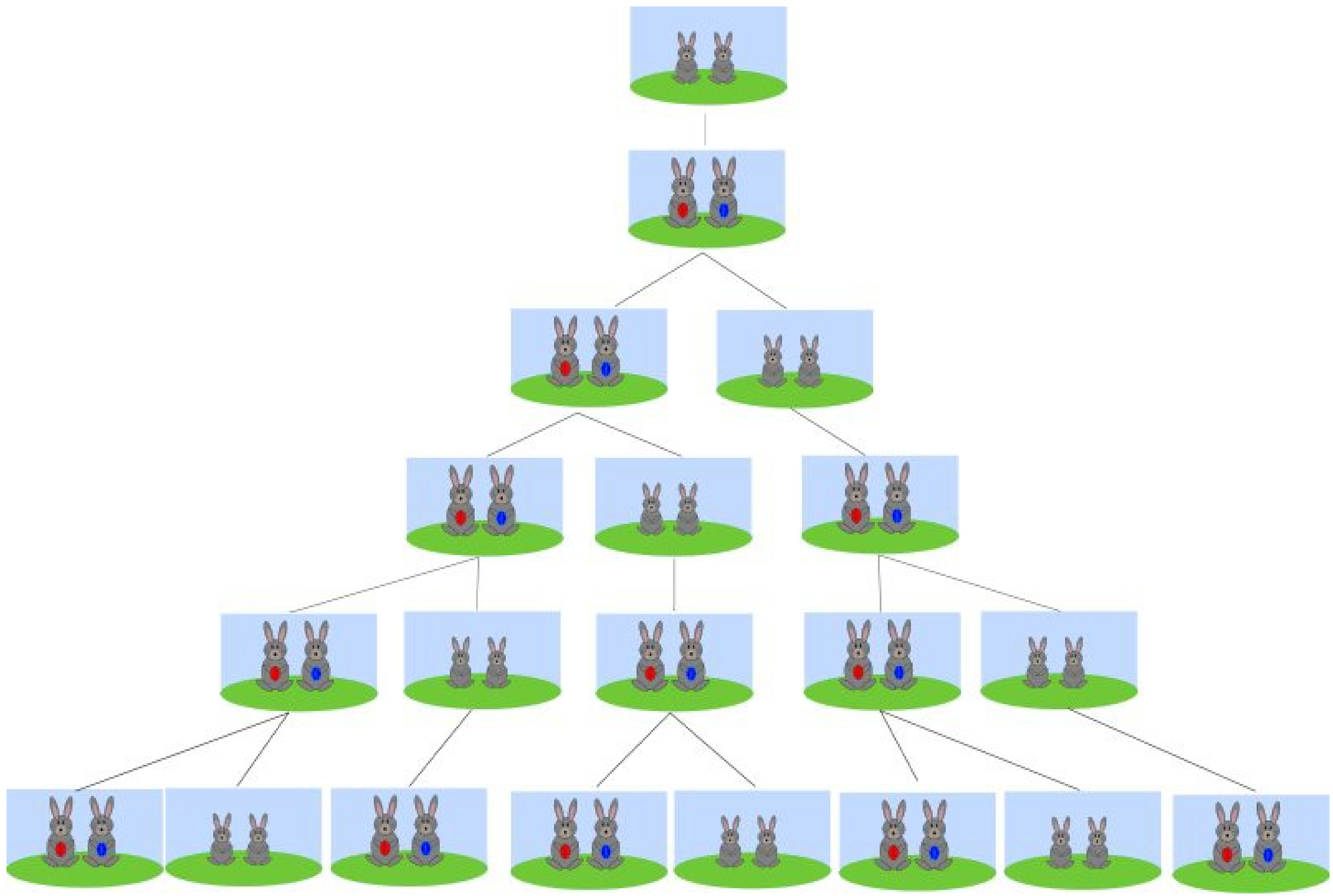
Un couple de bébés lapins est parachuté sur une île.
Cette île regorge de carottes et aucun prédateur n'est présent.

Les lapins arrivent à maturité sexuelle à 2 mois d'âge.
Ils se reproduisent tous les 2 mois et donnent naissance à 2 lapins.

Les lapins en examen sont immortels.

Unité de temps : 2 mois

Modélisation d'un problème :



(2 lapins) (2mois)

(4 lapins) (4mois)

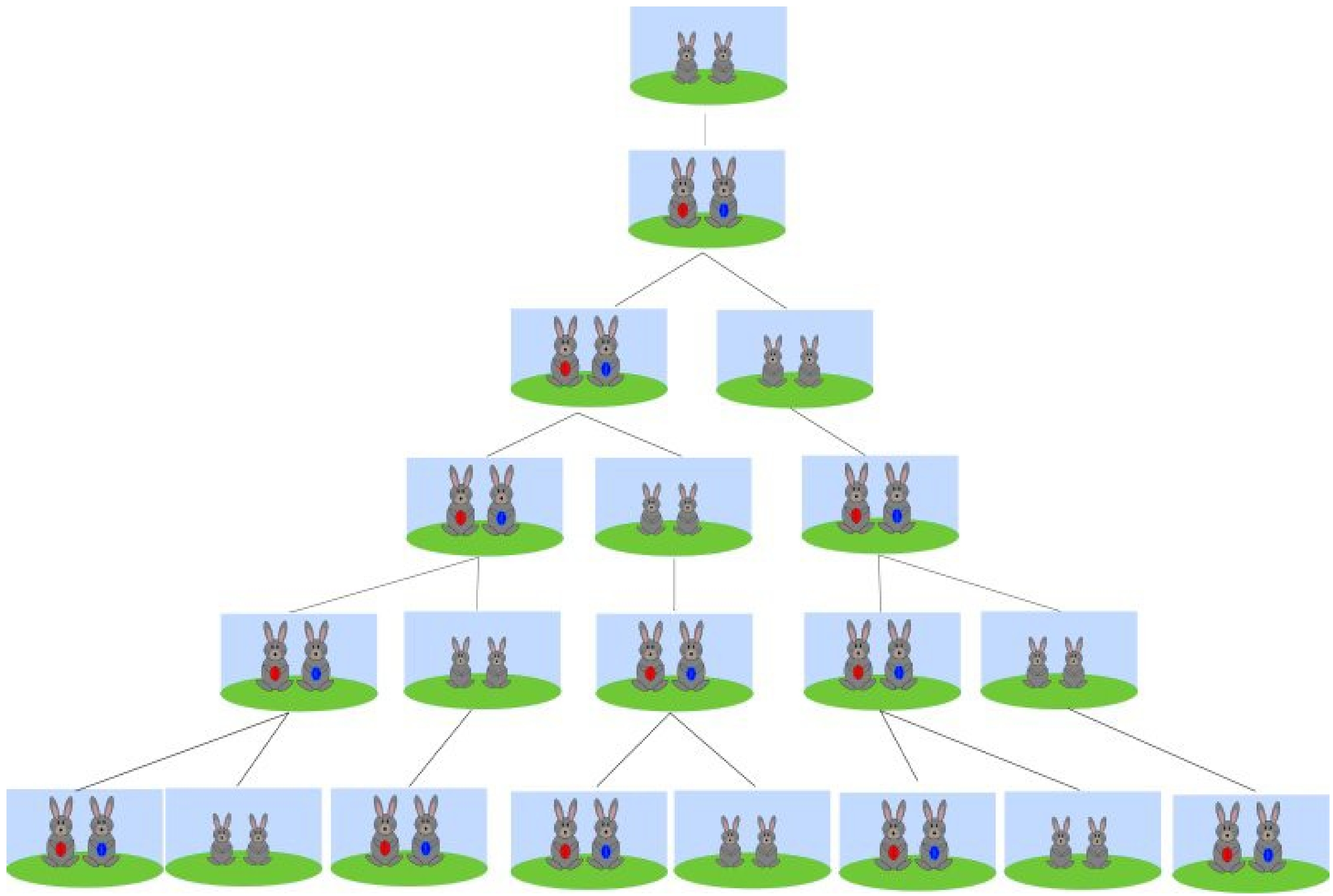
(6 lapins) (6mois)

(10 lapins) (8mois)

(16 lapins) (10mois)

Un an après l'arrivée des 2 lapins, combien il y a-t-il de lapins sur l'île ?

Modélisation d'un problème :



(2 lapins) (2mois)

(4 lapins) (4mois)

(6 lapins) (6mois)

(10 lapins) (8mois)

(16 lapins) (10mois)

Un an après l'arrivée des 2 lapins, combien il y a-t-il de lapins sur l'île ?

ET AU BOUT DE DIX ANS ????

Modélisation d'un problème :

- On note u_n le nombre de lapins au mois numéro 2n.

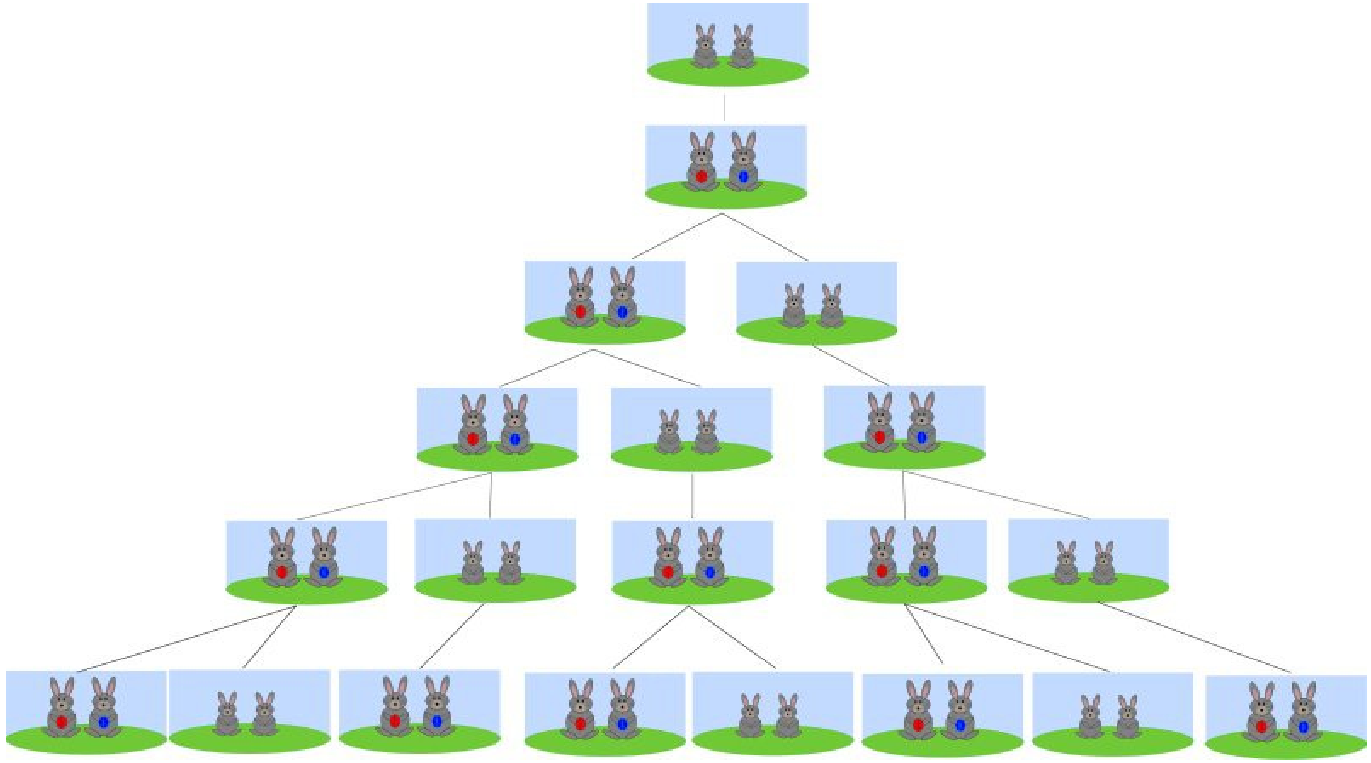
Modélisation d'un problème :

- On note u_n le nombre de lapins au mois numéro 2n.
- On a alors $u_0 = u_1 = 2$

Modélisation d'un problème :

- On note u_n le nombre de lapins au mois numéro 2n.
- On a alors $u_0 = u_1 = 2$ et pour $n \geqslant 2$,

$$u_n = \text{nombre d'adultes} + \text{nombre de nouveaux lapins}$$



Modélisation d'un problème :

- On note u_n le nombre de lapins au mois numéro 2n.
- On a alors $u_0 = u_1 = 2$ et pour $n \geqslant 2$,

$$\begin{array}{rcccc} u_n & = & \text{nombre d'adultes} & + & \text{nombre de nouveaux lapins} \\ & = & u_{n-1} & + & u_{n-2} \end{array}$$

Modélisation d'un problème :

- On note u_n le nombre de lapins au mois numéro 2n.
- On a alors $u_0 = u_1 = 2$ et pour $n \geqslant 2$,

$$\begin{array}{rcccl} u_n & = & \text{nombre d'adultes} & + & \text{nombre de nouveaux lapins} \\ & = & u_{n-1} & + & u_{n-2} \end{array}$$

- On peut alors montrer que

$$u_n = \frac{2}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{-2}{1+\sqrt{5}}\right)^n\right)$$

Modélisation d'un problème :

- On note u_n le nombre de lapins au mois numéro 2n.
- On a alors $u_0 = u_1 = 2$ et pour $n \geqslant 2$,

$$\begin{array}{rcccl} u_n & = & \text{nombre d'adultes} & + & \text{nombre de nouveaux lapins} \\ & = & u_{n-1} & + & u_{n-2} \end{array}$$

- On peut alors montrer que

$$u_n = \frac{2}{\sqrt{5}}\left(\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{-2}{1+\sqrt{5}}\right)^n\right)$$

- Donc au bout de 10 ans, soit n=60,

sur l'île on a 3096017511840 lapins.

Modélisation d'un problème :

Catastrophe malthusienne

En 1944, une trentaine de rennes sont introduits sur l'île Saint-Matthieu (mer de Béring, Alaska).

En l'absence de prédateur,
et en présence de ressources alimentaires abondantes,

la population atteint 6 000 individus en 1963,
soit une croissance moyenne de plus de 32% par an.

Modélisation d'un problème :

Catastrophe malthusienne

En 1944, une trentaine de rennes sont introduits sur l'île Saint-Matthieu (mer de Béring, Alaska).

En l'absence de prédateur,
et en présence de ressources alimentaires abondantes,

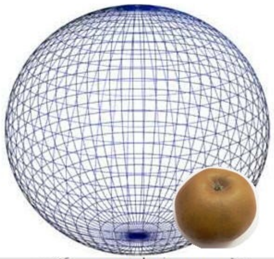
la population atteint 6 000 individus en 1963,
soit une croissance moyenne de plus de 32% par an.

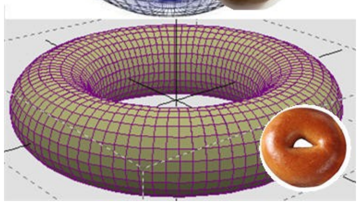
Mais...

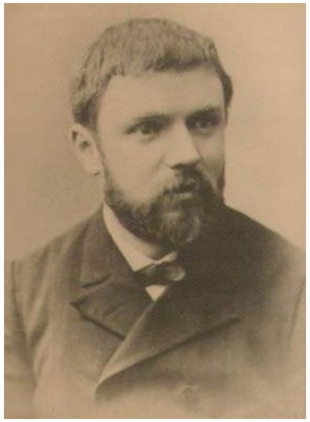
Quelques mois plus tard, toute la population est morte de faim, sauf une quarantaine de femelles.

Exemples de problèmes résolus

1. La conjecture de Poincaré

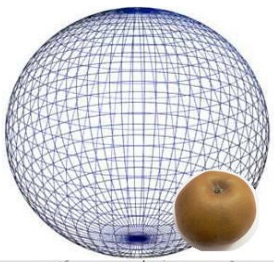


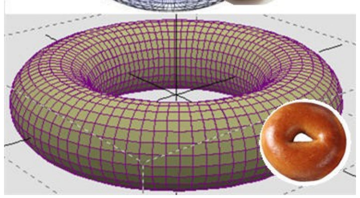




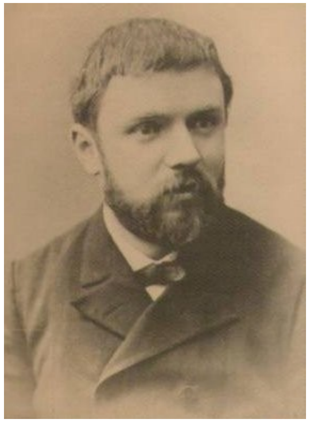
Exemples de problèmes résolus

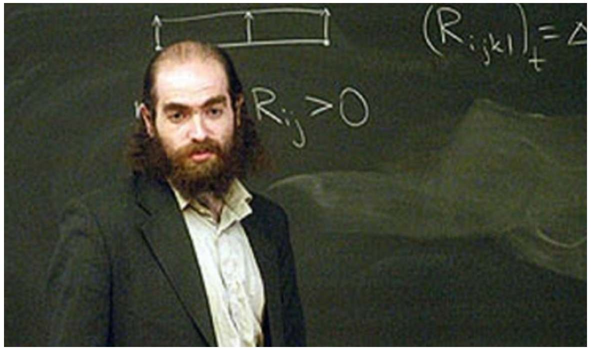
1. La conjecture de Poincaré





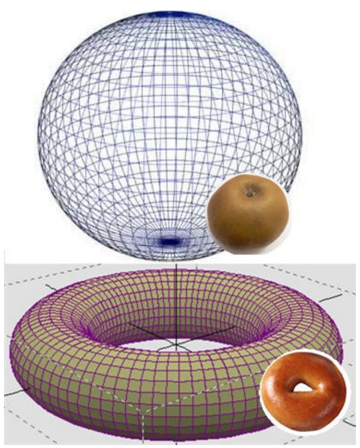
Elle a été démontrée en 2003 par un mathématicien russe G. Perelman

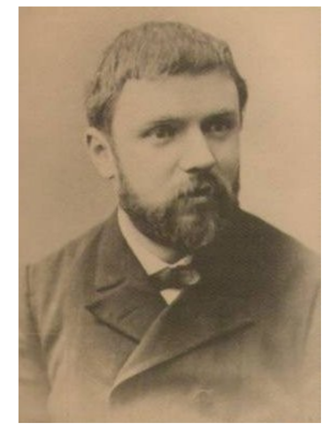




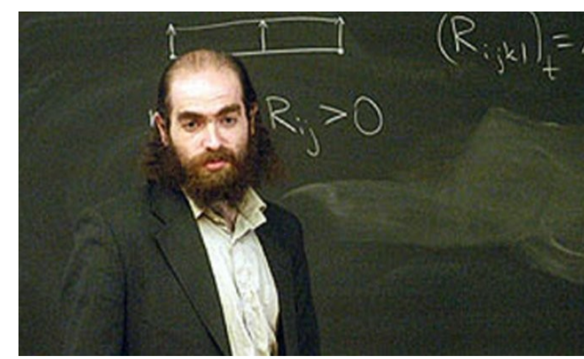
Exemples de problèmes résolus

1. La conjecture de Poincaré





Elle a été démontrée en 2003 par un mathématicien russe G. Perelman



Il a reçu pour cela la Médaille Fields (Prix Nobel en maths) qu'il a refusé ainsi que les 1 000 000 $.

Exemples de problèmes résolus

On sait résoudre une équation de degré 2 :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Exemples de problèmes résolus

On sait résoudre une équation de degré 2 :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Avec le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

Exemples de problèmes résolus

On sait résoudre une équation de degré 2 :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Avec le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

Les solutions sont de la forme $\dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

Exemples de problèmes résolus

On a aussi des formules pour les équations de degré 3 et 4 :

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

Exemples de problèmes résolus

On a aussi des formules pour les équations de degré 3 et 4 :

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

Avec $p = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2}$, $q = \frac{2b^3}{27a^3} + \frac{d}{a} - \frac{bc}{3a^2}$ et $\Delta = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}$

Les solutions sont données par

$$\sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}}$$

Exemples de problèmes résolus

On a aussi des formules pour les équations de degré 3 et 4 :

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$$

Avec $p = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2}$, $q = \frac{2b^3}{27a^3} + \frac{d}{a} - \frac{bc}{3a^2}$ et $\Delta = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}$

Les solutions sont données par

$$\sqrt[3]{\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}}$$

Et pour les équations de degré n ?

Exemples de problèmes résolus

2. Théorème de Galois :

Il n'y a pas de formule pour les équations de degré >4.

Exemples de problèmes résolus

2. Théorème de Galois :

Il n'y a pas de formule pour les équations de degré >4.

On étudie ce théorème en bac+5

Exemples de problèmes résolus

2. Théorème de Galois :

Il n'y a pas de formule pour les équations de degré >4.

On étudie ce théorème en bac+5

Il a été démontré en 1829.

Évariste Galois avait alors 18 ans !

Il est mort 3 ans plus tard à la suite d'un duel.

Exemples de problèmes résolus

3. Le théorème des 4 couleurs :

Exemples de problèmes résolus

3. Le théorème des 4 couleurs :

On veut colorier une carte (découpée en régions) de manière à ce que deux régions limitrophes n'aient pas la même couleur.

Exemples de problèmes résolus

3. Le théorème des 4 couleurs :

On veut colorier une carte (découpée en régions) de manière à ce que deux régions limitrophes n'aient pas la même couleur.

Quel est le nombre minimum de couleurs que l'on doit utiliser ?

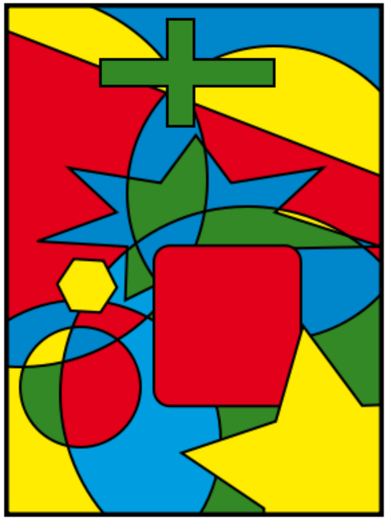
Exemples de problèmes résolus

3. Le théorème des 4 couleurs :

On veut colorier une carte (découpée en régions) de manière à ce que deux régions limitrophes n'aient pas la même couleur.

Quel est le nombre minimum de couleurs que l'on doit utiliser ?

La réponse est 4.



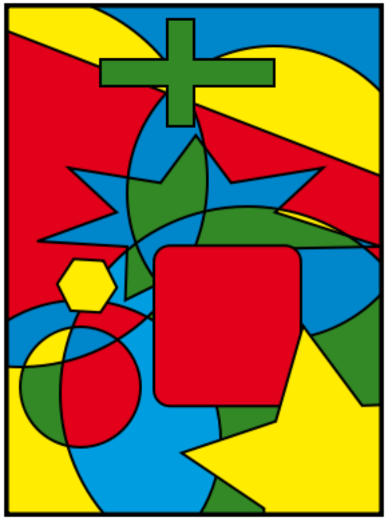
Exemples de problèmes résolus

3. Le théorème des 4 couleurs :

On veut colorier une carte (découpée en régions) de manière à ce que deux régions limitrophes n'aient pas la même couleur.

Quel est le nombre minimum de couleurs que l'on doit utiliser ?

La réponse est 4.



Ce théorème n'a été démontré que par ordinateur.

Questions ouvertes

Conjecture de Goldbach : (1742, Allemagne)

Tout nombre pair plus grand que 4 est-il la somme de deux nombres premiers ?

Questions ouvertes

Conjecture de Goldbach : (1742, Allemagne)

Tout nombre pair plus grand que 4 est-il la somme de deux nombres premiers ?

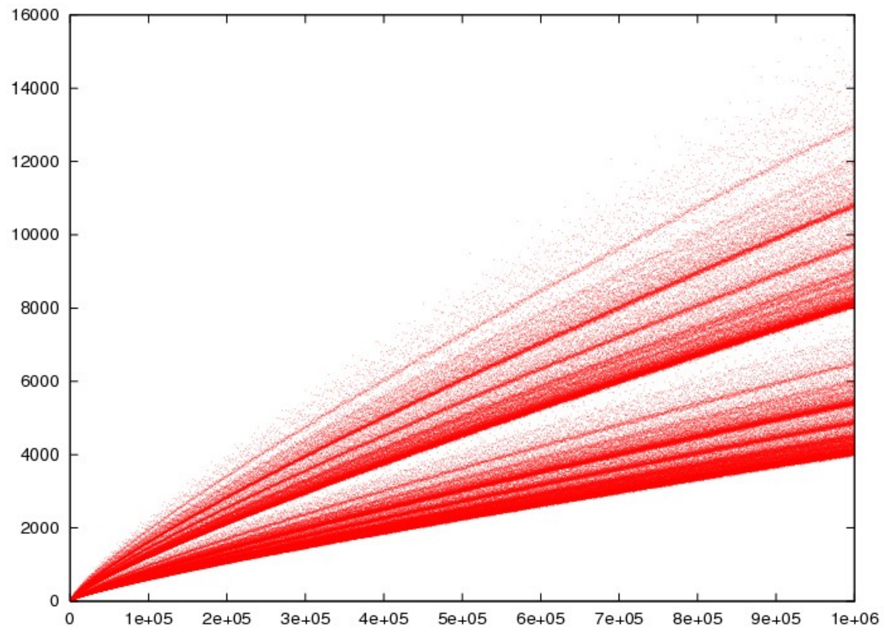
Exemples : 6=3+3, 12=7+5, 150=67+83...

Questions ouvertes

Conjecture de Goldbach : (1742, Allemagne)

Tout nombre pair plus grand que 4 est-il la somme de deux nombres premiers ?

Exemples : 22=11+11=5+17=3+19

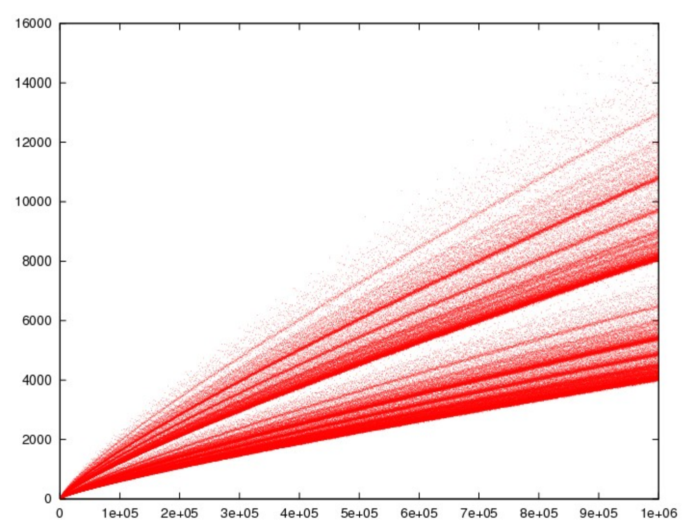


Questions ouvertes

Conjecture de Goldbach : (1742, Allemagne)

Tout nombre pair plus grand que 4 est-il la somme de deux nombres premiers ?

Exemples : 6=3+3, 12=7+5, 150=67+83...



Certains mathématiciens ont testé par ordinateur tous les nombres pairs jusqu'à 12×10^{17} sans trouver de contre-exemple !

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : 3

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \rightarrow 10$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \rightarrow 10 \rightarrow 5$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8 \to 4$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 2$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1 \to 4 \to 2 \to 1$...

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1...$

7

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1$...

$7 \to 22$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1...$

$7 \to 22 \to 11$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1$...

$7 \to 22 \to 11 \to 34$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$...

$7 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 34 \rightarrow 17$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$...

$7 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 34 \rightarrow 17 \rightarrow 52$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$...

$7 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 34 \rightarrow 17 \rightarrow 52 \rightarrow 26$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1$...

$7 \to 22 \to 11 \to 34 \to 17 \to 52 \to 26 \to 13$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$...

$7 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 34 \rightarrow 17 \rightarrow 52 \rightarrow 26 \rightarrow 13 \rightarrow 40$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1...$

$7 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 34 \rightarrow 17 \rightarrow 52 \rightarrow 26 \rightarrow 13 \rightarrow 40 \rightarrow 20$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$...

$7 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 34 \rightarrow 17 \rightarrow 52 \rightarrow 26 \rightarrow 13 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10$

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$...

$7 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 34 \rightarrow 17 \rightarrow 52 \rightarrow 26 \rightarrow 13 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$...

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemples : $3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

$7 \rightarrow 22 \rightarrow 11 \rightarrow 34 \rightarrow 17 \rightarrow 52 \rightarrow 26 \rightarrow 13 \rightarrow 40 \rightarrow 20 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$

Conjecture de Syracuse : quelque soit le nombre de départ, on retombe toujours sur 1 !

Questions ouvertes

Le problème de Syracuse :

On part d'un entier n :

S'il est pair, on le divise par 2

S'il est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.

On recommence cette opération avec le résultat obtenu...

Exemple : $3 \to 10 \to 5 \to 16 \to 8 \to 4 \to 2 \to 1$

Conjecture de Syracuse : quelque soit le nombre de départ, on retombe toujours sur 1 !

Sur ce problème aussi de nombreux mathématiciens continuent de se casser la tête, on a testé tous les nombres jusqu'à $5,7 \times 10^{18}$ par ordinateur sans trouver de contre-exemple !

Avez-vous des questions ?

Pour plus de renseignements :

emilie.liboz@univ-fcomte.fr

Sources images

- http://www.ac-grenoble.fr/cite.scolaire.internationale/Peda/Ateliers/Euremath/
- Brochure : Zoom sur les métiers, les métiers des mathématiques, ONISEP
- Wikipédia
- http://www.xn--icne-wqa.com/tag-rennes-0
- http://www.math.cornell.edu/~numb3rs/lipa/atomic_no_33.html
- http://www.linternaute.com/science/science-et-nous/dossiers/07/defis-maths/11.shtml
- http://whatisthetrend.net/discovering-poincare-conjecture-20101970.html