

**ECOLE DOCTORALE
CARNOT - PASTEUR**

XVI^{èmes} Journées de l'Ecole Doctorale Carnot-Pasteur

21 et 22 Mai 2015, Dijon



Programme Section Mathématiques

Bâtiment Mirande



Programme du 21 mai 2015

10h15

Accueil des participants dans la salle du conseil de l'UFR Sciences Mirande
(UFR Sciences et Techniques - Bâtiment Mirande – 9, av. Alain Savary, Dijon)

10h45

Ouverture des journées

11h00

Conférence de Christophe COUDRET (Université P. Sabatier, Toulouse)

« La dynamique chimique : une autre approche de la réaction chimique »

12h15

Repas au restaurant universitaire Montmuzard

14h30

Conférence de Pierre ROUCHON (Ecole des Mines de Paris)

« Stabilisation par feedback quantique de la boîte à photons du LKB »

15h45

Laurence MOTTE (Université Paris 13)

« Elaboration et propriétés de nanomatériaux hybrides pour des applications biomédicales »

16h45

Présentation des affiches

18h00 – 19h30

Buffet offert à tous les participants, salle du Conseil

Programme du 22 mai 2015

COMMUNICATIONS ORALES

salle René Baire

Chaque exposant dispose de 20 minutes + 10 minutes de questions

9h00 – 10h00

1. Clément Coine (LMB)

Fonctions opérateurs-Lipschitz sur les classes de Schatten

2. Antoine Godichon (IMB)

Estimation de la médiane géométrique à l'aide d'un algorithme de gradient stochastique et de son moyennisé

10h00 – 10h30

Présentation des affiches des physiciens et des chimistes et café

10h30 – 12h00

3. Cyril Godey (LMB)

Le problème des vagues : dynamique et instabilités

4. Jérémy Rouot (IMB, INRIA Sophia Antipolis)

Moyennisation en contrôle optimal pour le transfert orbital

5. Johann Cuenin (LMB)

Deux modèles Tweedie multivariés

12h15 – 13h45

Repas au restaurant universitaire Montmuzard

13h45 – 16h00

6. Adriana Da Luz (IMB, Universidad de la República Uruguay)

Chaos and the Lorenz attractor, then and now

7. Michaël Mignard (IMB)

Un problème de classification de certaines catégories de représentations

8. Marine Rougnant (LMB)

Sur les relations de certains pro- p groupes en arithmétique

9. Jinhua Zhang (IMB)

On the density of periodic measures

16h00 – 16h45

Présentation des affiches des physiciens et des chimistes et café

16h45 – 17h30

Délibération du Jury et Résultats

Résumés des exposés

Fonctions opérateurs-Lipschitz sur les classes de Schatten

Clément Coine

Université de Franche-Comté
clement.coine@univ-fcomte.fr

Dans cet exposé, on s'intéresse aux inégalités du type

$$\|f(A) - f(B)\| \leq K\|A - B\| \quad (1)$$

où $A, B \in \mathcal{B}(H)$ sont deux opérateurs autoadjoints sur un espace de Hilbert H et f une fonction lipschitzienne sur \mathbb{R} .

Dans une première partie, nous définirons l'opérateur $f(A)$ pour $A \in \mathcal{B}(H)$ normal et f une fonction continue sur le spectre de A , appelé calcul fonctionnel continu de A , et en donnerons ses propriétés. Nous verrons ensuite, en considérant le cas particulier de la fonction valeur absolue, qu'une fonction lipschitzienne sur \mathbb{R} ne vérifie en général pas l'inégalité (1) pour tous les opérateurs A et B . L'objet de la dernière partie est alors de se restreindre à certains sous-ensembles de $\mathcal{B}(H)$ sur lesquels cette inégalité sera satisfaite. Pour cela, nous définirons les classes de Schatten $S_p(H)$, qui comme nous le verrons constituent les analogues non commutatifs des espaces ℓ_p . En conclusion, nous citerons quelques résultats récents les concernant, établis dans [3].

References

- [1] E.B. DAVIES. *Lipschitz continuity of functions of operators in the Schatten classes*. J. Lond. Math. Soc., 1988.
- [2] T. KATO. *Continuity of the map $S \mapsto |S|$ for linears operators*. Proc. Japan Acad., 1973.
- [3] M. CASPERS, S. MONTGOMERY-SMITH, D. POTAPOV, F. SUKOCHEV. *The best constants for operator Lipschitz functions on Schatten classes*. J. Functional Analysis, 2014.

Estimation de la médiane géométrique à l'aide d'un algorithme de gradient stochastique et de son moyennisé

Antoine Godichon

Université de Bourgogne

Antoine.Godichon@u-bourgogne.fr

Avec le développement informatique et des moyens pour collecter des informations, il est de plus en plus usuel de traiter de gros échantillons (Big data) à valeurs dans des espaces de grandes dimensions. Dans ce contexte, les algorithmes stochastiques sont des outils performants, capables de traiter de gros échantillons. De plus, les données pouvant être contaminées, il est nécessaire d'avoir des indicateurs de position centrale robustes, c'est à dire qui ne soient pas ou peu sensibles à ces données contaminées.

La médiane géométrique est une généralisation dans les espaces de Banach de la médiane dans \mathbb{R} introduite par Haldane. Soit X une variable aléatoire à valeurs dans un espace de Banach \mathcal{H} , la médiane géométrique m de X est un indicateur robuste défini par

$$m := \arg \min_{h \in \mathcal{H}} \mathbb{E} [\|X - h\| - \|X\|].$$

Estimer la médiane revient donc à résoudre un problème d'optimisation stochastique. Beaucoup d'algorithmes d'estimation de la médiane existent dans la littérature. L'un des plus usuels dans le cas multidimensionnel consiste à considérer le problème de Fermat-Webber généré par l'échantillon, et de donner une estimation à l'aide de l'algorithme de Weiszfeld. Cette méthode est rapide, mais peut rencontrer des problèmes lorsque l'on traite de gros échantillons à valeurs dans des espaces de grande dimension. On s'intéressera donc à l'algorithme de gradient stochastique et à sa version moyennisée pour l'estimation de la médiane dans les espaces de Hilbert introduits par Cardot, Cénac et Zitt. Cette méthode présente le même comportement asymptotique, mais est itérative et demande peu d'efforts de computation, ce qui permet notamment de traiter des données fonctionnelles.

Dans un premier temps, on s'intéressera aux algorithmes de gradient stochastique, et plus précisément aux conditions suffisantes pour obtenir la convergence de tels algorithmes. On s'intéressera ensuite à la médiane géométrique et à ses propriétés de convexité. Enfin, on s'intéressera aux vitesses de convergence des algorithmes introduit par Cardot, Cénac et Zitt avant de donner des boules de confiance.

Le problème des vagues : dynamique et instabilités

Cyril Godey

Université de Franche-Comté
cyril.godey@univ-fcomte.fr

Un problème classique en mécanique des fluides est le problème des vagues, décrivant la propagation des ondes à la surface d'une couche de liquide. Mathématiquement, ce problème est modélisé par les équations d'Euler avec frontière libre. Il s'agit d'une équation de Laplace à laquelle s'ajoutent des conditions aux bords non linéaires, qui posent des difficultés majeures pour l'étude mathématique de ces équations. De ce fait, la plupart des études de ce problème utilisent des équations modèles, représentant diverses approximations du système complet (équations de Korteweg-de Vries, de Davey-Stewartson...). Les questions fondamentales sur ces équations concernent l'existence de solutions particulières, ainsi que leur stabilité. Après une brève partie historique, nous présenterons la notion d'instabilité transverse. Puis nous donnerons un critère simple permettant d'obtenir cette instabilité, que nous appliquerons à une famille de solutions périodiques des équations de Davey-Stewartson.

References

- [1] C. Godey, A simple criterion for transverse linear instability of nonlinear waves, preprint (2014).

Moyennisation en contrôle optimal pour le transfert orbital

Jérémy Rouot

Inria Sophia Antipolis,
2004 route des lucioles,
F-06902 Sophia Antipolis
`jeremy.rouot@u-bourgogne.fr`

Nous considérons le problème de transfert orbital à poussée faible en temps minimum d'un satellite contrôlé en orbite képlérienne autour d'un centre attracteur. Les équations sont obtenues à partir des équations de Gauss et du principe du maximum de Pontryagin; le satellite est décrit par ses éléments orbitaux $(I(t), \varphi(t))$ où I sont des variables à évolution temporelle lente et φ est une variable angulaire à évolution temporelle rapide. Nous étudierons une moyennisation de ce problème par rapport à φ et donnerons les résultats de simulations numériques pour comparer les extrémales moyennées et non moyennées.

References

- [1] V. I. Arnol'd, Mathematical methods of classical mechanics, *Graduate Texts in Mathematics*, (1989)
- [2] S. Geffroy. Généralisation des techniques de moyennation en contrôle optimal, application aux problèmes de rendez-vous orbitaux à poussée faible. *PhD thesis, INPT*, (1997).

Deux modèles Tweedie multivariés

Johann Cuenin

Université de Franche-Comté, Laboratoire de Mathématiques de Besançon

johann.cuenin@univ-fcomte.fr

Les lois Tweedie univariées ont été introduites en 1984 par M. C. K. Tweedie (voir [3]). Parmi ces lois, on retrouve des distributions bien connues, telles que les lois normale, inverse gaussienne, gamma, α -stable ou Poisson. Ces lois permettent de modéliser bien des problèmes posés en écologie, sciences actuarielles, en contrôle qualité ou encore en physique. Ainsi, plusieurs travaux ont récemment été entrepris pour construire une version multivariée des loi Tweedie, mais toujours dans un but d'application directe.

Après une première partie consacrée à une rapide présentation du cadre des lois Tweedie, nous introduisons, dans une seconde partie, un premier type de lois Tweedie multivariées en se basant sur les récents travaux de Jørgensen [2]. Nous verrons que certaines caractéristiques du vecteur gaussien peuvent se retrouver. Nous proposons également une écriture pour permettre l'implémentation de ce type de lois. Nous donnerons alors quelques résultats de simulation. Enfin, dans une troisième partie, nous établissons un second type de lois Tweedie multivariées que l'on appelle *lois stables Tweedie multiples*. Ces lois sont constituées d'une première composante Tweedie fixée et les variables restantes, sont elles aussi des lois Tweedie (qui peuvent être différentes) avec leur paramètre de dispersion égal à une observation de la première composante (voir [1] pour le cas où les variables restantes sont toutes gaussiennes). De cette construction, nous donnons les fonctions de variance et de variance généralisée, cette dernière étant égale au produit des puissances des composantes du vecteur moyenne. Ensuite, grâce au calcul des mesures de Lévy modifiées associées aux modèles, nous donnerons un estimateur de la variance généralisée, sans biais et uniformément de variance minimum.

References

- [1] Boubacar Maïnassara Y. and Kokonendji C. C. (2014) On normal stable Tweedie models and power-generalized variance functions of only one component. *TEST* **23**:585–606.
- [2] Jørgensen B. (2013) Construction of multivariate dispersion models. *Brazilian Journal of Probability and Statistics* **27**:285–309.
- [3] Tweedie M. C. K. (1984) An index which distinguishes between some important exponential families. In: Gosh J. K. and Roy J. (eds) *Statistics: applications and new directions*. Proceedings of the Indian Statistical Golden Jubilee International Conference, Calcutta 579–604.

Chaos and the Lorenz attractor, then and now

Adriana Da Luz

Université de Bourgogne, Universidad de la República Uruguay
adaluz@cmat.edu.uy

"Does the flap of a butterfly's wings in Uruguay set off a tornado in France?". The concept that a tiny cause can generate big consequences, (popularized as the Lorenz "butterfly effect") is one of those rare examples in which a mathematical idea disseminates into society in general.

To what extent is this example representative of Chaos theory ? In this talk I would like to outline some historical development of the concept of chaos in dynamical systems. I will present the Lorenz example and present the present status of the Lorenz attractor in the panorama of the theory.

This talk is inspired by a review paper called "The Lorenz Attractor, a Paradigm for Chaos" by Etienne Ghys.

Un problème de classification de certaines catégories de représentations

Michaël Mignard
Université de Bourgogne
michael.mignard@gmail.com

Nous nous intéresserons dans cet exposé aux catégories de représentations du groupe des quaternion Q_8 et du groupe diédral d'ordre 8 D_8 . Bien que les tables de caractères soient les mêmes pour ces deux groupes, une généralisation d'invariant historique défini par Frobenius et Schur donne des valeurs différentes selon le groupe considéré. D'un autre point de vue, il est possible d'abstraire les catégories des représentations en oubliant le groupe sous-jacent et en ne retenant que le comportement du produit tensoriel (règles de fusion). Pour des catégories de ce type, il est possible de définir certaines structures additionnelles, permettant ensuite de généraliser l'indicateur de Frobenius-Schur. Dans ce cas, ces nouveaux indicateurs permettent de distinguer ces structures additionnelles, et donc de faire le lien entre ces structures et les groupes originaux.

References

- [1] K. Shimizu. Frobenius-Schur Indicators in Tambara-Yamagami categories. *J. Algebra*, volume 332, pages 543-564 (2010)
- [2] S.H. Ng, P. Schauenburg. Higher Frobenius-Schur indicators for Pivotal Categories. *Contemp. Math.*, volume 441, pages 63-90 (2007)

Sur les relations de certains pro- p groupes en arithmétique.

Marine Rougnant

Université de Franche-Comté
marine.rougnant@univ-fcomte.fr

Si G est un pro- p groupe libre (c'est-à-dire n'ayant aucune relation) à d générateurs, l'isomorphisme entre l'algèbre $\mathbb{F}_p[[G]]$ et l'algèbre non-commutative $\mathbb{F}_p^{nc}[[X_1, \dots, X_d]]$ des séries formelles à d indéterminées sur \mathbb{F}_p ramène le calcul de sa série de Hilbert au calcul des \mathbb{F}_p -dimensions des parties homogènes de $\mathbb{F}_p^{nc}[[X]]$. On remarque alors facilement sur des exemples que la série de Hilbert de certains pro- p groupes est de la forme :

$$P(t) = \frac{1}{1 - dt + \sum t^{h_j}},$$

où d est le nombre de générateurs et $\{h_j\}$ la famille des degrés des relations qui définissent le groupe étudié. Quels sont ces groupes?

Après quelques rappels autour des pro- p groupes et des algèbres de groupe, de polynômes et de séries formelles, nous définirons les notions de suites strictement et fortement libres, puis de pro- p groupe "mild". Nous utiliserons alors un résultat de [1] pour élaborer un protocole permettant de montrer que certains pro- p groupes sont "mild".

References

- [1] David J. ANICK. *Non-commutative algebras and their Hilbert series*. J. Alg., 78 : 120-140, 1982.
- [2] Patrick FORRÉ. *Strongly free sequences and pro- p -groups of cohomological dimension 2*. J. reine angew. Math., 658 : 173-192, 2011.
- [3] Helmut KOCH. *Galois Theory of p -Extensions*. Springer, 2002.

On the density of periodic measures

Jinhua ZHANG

Université De Bourgogne

zjh_200889@sina.cn

Abstract

In this talk, we will start with the classical result by Karl Sigmund proving that any invariant probability measure supported on a hyperbolic basic set Λ can be approximated by atomic measures supported on Λ . Then, we will consider the diffeomorphisms with a robust cycle between two hyperbolic sets of different index and we will prove that any non-hyperbolic ergodic measure "near" robust cycle can be approximated by atomic measure.

References

- [1] F.Abdenur, Ch.Bonatti, S.Crovisier, *Nonuniform hyperbolicity for C^1 generic diffeomorphisms*, Israel J.Math.183(2011),1-60.
- [2] J.Bochi, Ch.Bonatti, L.J. Diaz, *Robust criterion for the existence of nonhyperbolic ergodic measures*, arXiv:1502.06535.
- [3] S.Crovisier, *Partial hyperbolicity far from homoclinic bifurcations*, Advance in Math.226(2011),673-726.
- [4] S.Gan, *A generalized shadowing lemma*, Discrete and Continuous Dynamical Systems, Volume 8,Number 3(2002),527-632.
- [5] K.Sigmund, *Generic properties of invariant measures for Axiom A diffeomorphisms*. Inventiones mathematicae Volume 11, Issue 2(1970), pp 99-109.
- [6] P.Walter, *An introduction to ergodic theory*, Graduate Texts in Mathematics 79, Springer,New York-Berlin,1982.